1975 年京大理 $\boxed{5}$

（i）

$b_n=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{a_i}$ とおく。$n=3$ のとき　$S=3-b_3-2=1-b_3>0$

$b_3<1$ となるような b_3 の最大値を調べる。

$a_1=2$ のとき

$a_2=2$ ならば $b_3>1$ となるから、$a_2\geqq 3$

　$a_2=3$ のとき　$b_3=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{a_3}<1$　$\frac{1}{a_3}<\frac{1}{6}$　$a_3\geqq 7$ であるから、$b_3\leqq\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}=\frac{41}{42}$

　$a_2\geqq 4$ のとき　$b_3\leqq\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{19}{20}$

$a_1\geqq 3$ のとき　$b_3\leqq\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{11}{12}$

S を最小にする $(a_1,\ a_2,\ a_3)$ は　$\therefore(a_1,\ a_2,\ a_3)=(2,\ 3,\ 7)$　……（答）　このとき $S=\frac{1}{42}$ である。

（ii）

$n=1$ のとき　$S=1-b_1-2=-1-b_1<0$ であるから、$n=1$ は不適。

$n=2$ のとき　$S=2-b_2-2=-b_2<0$ であるから、$n=2$ は不適。

$n\geqq 4$ のとき　$S=n-b_n-2=n-2-b_n>0$

$b_n<n-2$ となるような b_n の最大値を調べる。$b_n\leqq\frac{n}{2}$ であるから

　$n=4$ のとき　$n-2=\frac{n}{2}=2$ より　$b_4\leqq\frac{3}{2}+\frac{1}{3}=\frac{11}{6}$　$\therefore S\geqq\frac{1}{6}$

　$n\geqq 5$ のとき　$n-2-\frac{n}{2}=\frac{n-4}{2}>0$ より　$b_n\leqq\frac{n}{2}$　$\therefore S\geqq\frac{n-4}{2}\geqq\frac{1}{2}$

結局、S を最小にする組は　$\therefore(n,\ a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n)=(3,\ 2,\ 3,\ 7)$　……（答）