1975 年京大理$\boxed{3}$文$\boxed{3}$共通

$\alpha,\ \beta,\ \gamma$ がこの順に等差数列であるとき　$\beta=\dfrac{\gamma+\alpha}{2}$ ——①

$\sin\alpha,\ \sin\beta,\ \sin\gamma$ がこの順に等比数列であるとき　$\sin^2\beta=\sin\gamma\sin\alpha$

①を代入すると

$$\sin^2\frac{\gamma+\alpha}{2}=\frac{1-\cos(\gamma+\alpha)}{2}=\sin\gamma\sin\alpha \qquad 1-\cos(\gamma+\alpha)=2\sin\gamma\sin\alpha$$

$$\cos(\gamma+\alpha)+2\sin\gamma\sin\alpha=\cos\gamma\cos\alpha+\sin\gamma\sin\alpha=\cos(\gamma-\alpha)=1$$

n を整数として $\gamma-\alpha=2n\pi$ と表せるので　$\therefore\gamma=\alpha+2n\pi$　$\therefore\beta=\alpha+n\pi$

このとき　$\sin\beta=\sin(\alpha+n\pi)=\cos n\pi\sin\alpha=(-1)^n\sin\alpha$　$\sin\gamma=\sin(\alpha+2n\pi)=\sin\alpha$

したがって、n が奇数ならば、公比 -1 の等比数列であり、n が偶数ならば、公比 1 の等比数列である。

以上により、n を整数として、$\beta-\alpha=\gamma-\beta=n\pi$ であるとき。……(答)