

1976 年京大理 [6]

袋  $U_1$  を手渡され、取り出した赤玉が 1 個以下であるか、袋  $U_2$  を手渡され、取り出した赤玉が 2 個以上であるか、いずれかの場合に誤った判断を下す。  $n$  は十分に大きいと考えてよいから

$$\begin{aligned}
 p_n &= \frac{2}{3} \cdot \frac{{}_n C_3 + 4n {}_n C_1 {}_n C_2}{{}_n C_3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{{}_{2n} C_3 + 2n {}_n C_2 {}_n C_1}{{}_n C_3} \\
 &= \frac{6}{5n(5n-1)(5n-2)} \cdot \left\{ \frac{2}{3} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4n^2(n-1)}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{6n^2(2n-1)}{2} \right\} \\
 &= \frac{1}{5(5n-1)(5n-2)} \cdot \left\{ \frac{2(n-1)(n-2)}{3} + 8n(n-1) + \frac{2(2n-1)(2n-2)}{3} + 6n(2n-1) \right\} \\
 &= \frac{2(n^2 - 3n + 2) + 24(n^2 - n) + 4(2n^2 - 3n + 1) + 18(2n^2 - n)}{15(5n-1)(5n-2)} = \frac{70n^2 - 60n + 8}{15(5n-1)(5n-2)} = \frac{70 - \frac{60}{n} + \frac{8}{n^2}}{15 \left( 5 - \frac{1}{n} \right) \left( 5 - \frac{2}{n} \right)}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \frac{70}{15 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{14}{75} \dots\dots (\text{答})$$

(注)

3 個の玉の取り出し方が、同時に取り出すのか、1 個ずつ取り出すのか不明だが、いずれにしても解は同じである。上記の解答では、3 個の玉を同時に取り出すとして立式している。