

1978 年京大文 [6]

$a_i = a'_i = 0$ となる場合を考える。 $a_{i-1} = a_{i+1}$ でなければならないから

$a_{i-1} = a_{i+1} = 0$ のとき

$a_{i+1} = a'_{i+1} = 0$ となるには、 $a_{i+2} = 0$ でなければならない。以下、 a_{i+3}, a_{i+4}, \dots は 0 でなければならない。
したがって、全ての項が 0 である数列 $A = \{0, 0, \dots, 0\}$ は題意を満たす数列の 1 つである。

$a_{i-1} = a_{i+1} = 1$ のとき

$a_{i+1} = a'_{i+1} = 1$ となるには、 $a_{i+2} = 1$ でなければならない。

$a_{i+2} = a'_{i+2} = 1$ となるには、 $a_{i+3} = 0$ でなければならない。

$a_{i+3} = a'_{i+3} = 0$ となるには、 $a_{i+4} = 0$ でなければならない。

以下同様に、このような数列は、 $1, 1, 0, 1, 1, 0, \dots$ の繰り返しとなる。

このような数列の最初の 3 項が、 $1, 1, 0$ で始まったとする。題意を満たすには $a_n = 0$ でなければならない。
すなわち、 $1, 1, 0$ のパターンが 1 回以上並ぶから、 n は 3 の倍数でなければならない。

$1, 0, 1$ や $0, 1, 1$ で始まったときも同様である。

以上により

n が 3 の倍数でないとき $A = \{0, 0, \dots, 0\}$ のみ

n が 3 の倍数のとき $A = \{0, 0, \dots, 0\}, \{1, 1, 0, \dots, 1, 1, 0\}, \{1, 0, 1, \dots, 1, 0, 1\}, \{0, 1, 1, \dots, 0, 1, 1\} \dots \dots$ (答)