

1979 年京大文 ⑤

$$\frac{2^n}{n} > n \text{ のとき } 2^n > n^2 \text{ 両辺の自然対数をとると } n \log 2 > 2 \log n \quad \therefore \frac{\log n}{n} < \frac{\log 2}{2} \text{ --- ①}$$

$$f(x) = \frac{\log x}{x} \text{ とすると } f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \log x}{x^2} = \frac{1 - \log x}{x^2}$$

$f(x)$  の増減は右の通りで、 $x=e$  のとき、最大値  $\frac{1}{e}$  をとる。

$x$	0	...	$e$	...
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		↗		↘

$2 < e < 3$  であり、 $f(2) = f(4) < f(3)$  であるから、  
 グラフにより、①を満たす範囲は  $\therefore n=1, n \geq 5$  ..... (答)

※微分法を用いた解答は、文系では範囲外かもしれない。

