1982 年京大理 $\boxed{4}$ 文 $\boxed{1}$ 共通

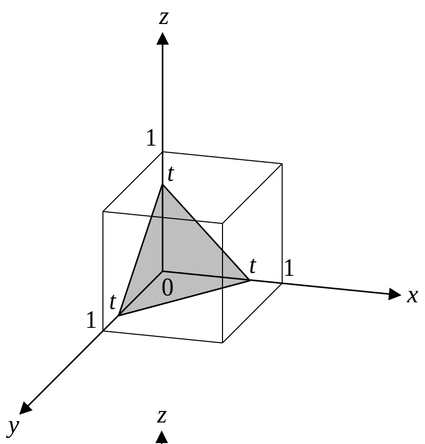
(1)

平面 $x+y+z=t$ と各軸との交点は、$(t, 0, 0), (0, t, 0), (0, 0, t)$ であり、A の切り口の形状は、

1 辺の長さ $\sqrt{2}t$ の正三角形であるから　$T(t)=\dfrac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}t)^2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t^2$ ……(答)

(2)

$0<t\leqq 1$ のとき



平面 $x+y+z=t$ による C の切り口の形状は正三角形であり、

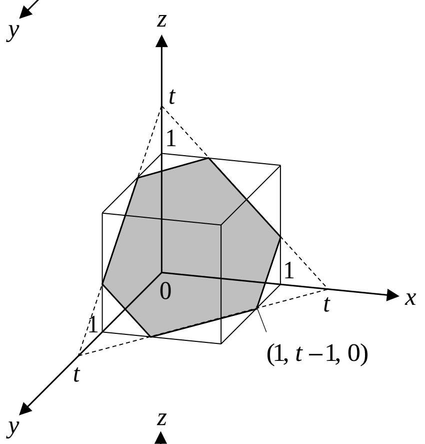
面積は $T(t)$ に等しい。　$\therefore S(t)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t^2$

$1<t<2$ のとき

平面 $x+y+z=t$ と C の辺との交点は、

$(1, t-1, 0), (1, 0, t-1), (t-1, 1, 0), (0, 1, t-1), (t-1, 0, 1), (0, t-1, 1)$

であり、C の切り口の形状は六角形である。



この面積は、1 辺の長さ $\sqrt{2}t$ の正三角形の面積から、

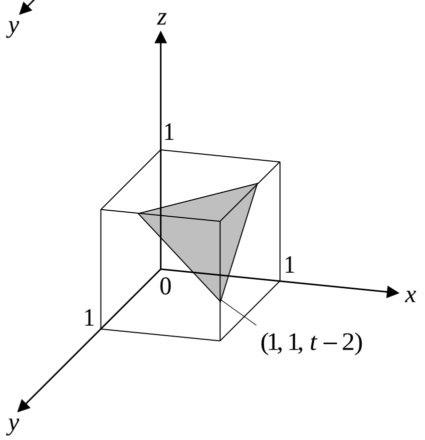
1 辺の長さ $\sqrt{2}(t-1)$ の正三角形の面積の 3 倍を引いた値に等しい。

$$\therefore S(t)=\frac{\sqrt{3}}{2}t^2-\frac{3\sqrt{3}}{2}(t-1)^2=\frac{\sqrt{3}}{2}(-2t^2+6t-3)=-\sqrt{3}\left(t-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$2\leqq t<3$ のとき

平面 $x+y+z=t$ と C の辺との交点は、$(1, 1, t-2), (1, t-2, 1), (t-2, 1, 1)$

であり、C の切り口の形状は、1 辺の長さ $\sqrt{2}(3-t)$ 正三角形である。



$$\therefore S(t)=\frac{\sqrt{3}}{2}(t-3)^2$$

$0<t\leqq 1$ のとき、$S(t)$ は単調増加であり、$S(t)\leqq\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$2\leqq t<3$ のとき、$S(t)$ は単調減少であり、$S(t)\leqq\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$S(t)$ は $t=\dfrac{3}{2}$ のとき最大となり、最大値は　$\therefore\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ ……(答)