

1982 年京大理 5 文 2 共通

(1)

A 点から n メートル北の地点に到達するのは、 $n+4$ 回目の試行までに、裏が n 回、表が 4 回出て、 $n+5$ 回目の試行で表が出たときであるから

$$p_n = \frac{1}{2} \times {}_{n+4}C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{(n+4)!}{2^{n+5} n! 4!} = \frac{1}{768} \cdot \frac{(n+4)!}{2^n n!} \cdots \cdots (\text{答})$$

(2)

$$\frac{p_{n+1}}{p_n} = \frac{(n+5)!}{2^{n+1}(n+1)!} \cdot \frac{2^n n!}{(n+4)!} = \frac{n+5}{2(n+1)}$$

$$\frac{p_{n+1}}{p_n} \geq 1 \text{ とすると } n+5 \geq 2n+2 \quad \therefore n \leq 3$$

これより、 $p_0 < p_1 < p_2 < p_3 = p_4 > p_5 > p_6 \cdots$ であるから、 p_n を最大にする n は $n=3, 4 \cdots \cdots (\text{答})$