

1987年京大理 1 文 1 共通

$$f(x) = ax^3 + (a^2 + b)x^2 + (2ab + c)x + a^2 + b^2 - a = (x^2 + ax + b)(ax + b) + cx + a^2 - a$$

$$g(x) = ax^3 + (a^2 - b)x^2 + (a - 1)x + c^2 - b^2 = (x^2 + ax + b)(ax - b) + (a - 1)x + c^2$$

$f(x)$ が $h(x)$ で割り切れるとき $c = 0, a^2 - a = 0$ $a \neq 0$ より $\therefore a = 1, c = 0$

$g(x)$ が $h(x)$ で割り切れるとき $a - 1 = 0, c^2 = 0$ $\therefore a = 1, c = 0$

したがって、 $a = 1$ かつ $c = 0$ のとき、 $f(x), g(x)$ はともに $h(x)$ で割り切れる。

それ以外の場合、すなわち、 $a \neq 1$ または $c \neq 0$ のとき、 $f(x), g(x)$ はともに $h(x)$ で割り切れない。

(証明終)