1989年京大理$\boxed{5}$文$\boxed{5}$共通

2色以下で塗り分けることはできないので、互いに隣り合わない3組の面を、3色で塗り分ける。
すべての塗り方がN^6通り。
3色の選び方が${}_N C_3$通りで、これら3色の、3組の面への割り当て方が$3!=6$通りであるから

$$P(N)=\frac{{}_N C_3\times 6}{N^6}=\frac{N(N-1)(N-2)}{N^6}=\frac{(N-1)(N-2)}{N^5}\quad\cdots\cdots(答)$$

$P(N)$をNの関数として微分すると

$$P'(N)=\frac{(2N-3)\cdot N^5-(N^2-3N+2)\cdot 5N^4}{N^{10}}=\frac{(2N-3)N-5(N^2-3N+2)}{N^6}=\frac{-3N^2+12N-10}{N^6}$$

$$=-\frac{3}{N^6}\left\{N-\left(2-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)\right\}\left\{N-\left(2+\frac{\sqrt{6}}{3}\right)\right\}$$

$2+\frac{\sqrt{6}}{3}<3$であるから、$N\geqq 3$において$P'(N)<0$であり、$P(N)$は単調減少である。
したがって　$a<b$のとき$P(a)>P(b)$、$a>b$のとき$P(a)<P(b)$　……(答)