

1992 年京大後期文 5

(1)

n 個の項からなる数列 x_1, x_2, \dots, x_n に、 x_{n+1} を追加する。

$x_{n-1} = x_n = 0$ のとき、 $x_{n+1} = 1$ しか選べない。 $x_{n-1} = x_n = 1$ のとき、 $x_{n+1} = 0$ しか選べない。

すなわち、 $x_{n-1} = x_n$ のとき、 $x_n \neq x_{n+1}$ である。

$x_{n-1} \neq x_n$ のとき、 x_{n+1} は任意であり、 $x_n = x_{n+1}$ と $x_n \neq x_{n+1}$ の両方が考えられる。

$$\text{以上により} \quad \therefore \begin{cases} a_{n+1} = b_n \\ b_{n+1} = a_n + b_n \end{cases} \dots\dots (\text{答})$$

(2)

5 回目と 6 回目に同じ面が出て、なおかつ 3 回続けて同じ面が出ないような面の出方の総数は、

(1) の a_6 に等しい。 $a_2 = 2, b_2 = 2$ より

$$a_3 = b_2 = 2, b_3 = a_2 + b_2 = 4 \quad a_4 = b_3 = 4, b_4 = a_3 + b_3 = 6 \quad a_5 = b_4 = 6, b_5 = a_4 + b_4 = 10 \quad \therefore a_6 = b_5 = 10$$

$$\therefore p_7 = \frac{a_6}{2^6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{64} \dots\dots (\text{答})$$