1995 年京大文 $\boxed{2}$

$x_1=-a+b+c,\ x_2=-4a+2b+c$ である。

条件(イ)より、$x_1=\dfrac{4+x_2}{2}$ であるから　$-2a+2b+2c=4-4a+2b+c$　$\therefore 2a+c=4$

$a,\ c$ は自然数であるから　$\therefore a=1,\ c=2$

条件(ロ)より　$\left(\dfrac{x_n+x_{n+1}}{2}\right)^2-x_nx_{n+1}=\left(\dfrac{x_n-x_{n+1}}{2}\right)^2\geqq 1$　$\therefore (x_n-x_{n+1})^2\geqq 4$

$$x_n-x_{n+1}=-an^2+bn+c+a(n+1)^2-b(n+1)-c=2an+a-b=2n+1-b$$

$x_n-x_{n+1}\leqq -2$ または $2\leqq x_n-x_{n+1}$ であるから

$x_n-x_{n+1}\leqq -2$ のとき　$2n+1-b\leqq -2$　$b\geqq 2n+3$

この右辺は n に関して単調増加であり、すべての n について成立しない。

$2\leqq x_n-x_{n+1}$ のとき　$2\leqq 2n+1-b$　$b\leqq 2n-1$

すべての n について成立するには　$b\leqq 2\cdot 1-1=1$　$\therefore b=1$

以上により　$\therefore a=1,\ b=1,\ c=2$ ……(答)