2000年京大後期文$\boxed{2}$

$x+y \geqq 2y \geqq 2$ であり、対数関数の単調増加性より

$$
\begin{aligned}
&(x+y-1)\log_2(x+y)-(x-1)\log_2 x-(y-1)\log_2 y-y \\
&\quad \geqq (x+y-1)\log_2(2y)-(x-1)\log_2 x-(y-1)\log_2 y-y \\
&\quad =(x+y-1)(1+\log_2 y)-(x-1)\log_2 x-(y-1)\log_2 y-y \\
&\quad =x+y-1+x\log_2 y+(y-1)\log_2 y-(x-1)\log_2 x-(y-1)\log_2 y-y \\
&\quad =x-1+x\log_2 y-(x-1)\log_2 x \\
&\quad \geqq x-1+x\log_2 x-(x-1)\log_2 x \\
&\quad =x-1+\log_2 x
\end{aligned}
$$

$x \geqq y \geqq 1$ より　$x-1+\log_2 x \geqq 0$

したがって　$\therefore (x+y-1)\log_2(x+y) \geqq (x-1)\log_2 x+(y-1)\log_2 y+y$　（証明終）

等号は、$x=y=1$ のとき成立。