

2000 年京大文 [2]

$$x_{k-1} - 2x_k + x_{k+1} > 0 \text{ より } x_{k-1} - x_k > x_k - x_{k+1}$$

$$0 \geq x_1 - x_2 \text{ のとき } 0 \geq x_1 - x_2 > x_2 - x_3 > \cdots > x_{n-1} - x_n \quad \therefore x_1 \leq x_2 < x_3 < \cdots < x_{n-1} < x_n$$

このとき、 $x_1, \dots, x_n$  の最小値は、 $x_1$  のみか、 $x_1$  および  $x_2$  である

すなわち、 $l$  の個数は、 $l=1$  の 1 個か、 $l=1, 2$  の 2 個。

$$x_{n-1} - x_n \geq 0 \text{ のとき } x_1 - x_2 > x_2 - x_3 > \cdots > x_{n-1} - x_n \geq 0 \quad \therefore x_1 > x_2 > x_3 > \cdots > x_{n-1} \geq x_n$$

このとき、 $x_1, \dots, x_n$  の最小値は、 $x_n$  のみか、 $x_{n-1}$  および  $x_n$  である。

すなわち、 $l$  の個数は、 $l=n$  の 1 個か、 $l=n-1, n$  の 2 個。

$$x_1 - x_2 > 0, 0 > x_{n-1} - x_n \text{ のとき}$$

$x_{k-1} - x_k$  ( $2 \leq k \leq n$ ) は単調減少であるから、途中で符号が変わる。

$$x_{k-1} - x_k = 0 \text{ (} 3 \leq k \leq n-1 \text{) のとき}$$

$$x_1 - x_2 > \cdots > x_{k-1} - x_k = 0, 0 = x_{k-1} - x_k > \cdots > x_{n-1} - x_n \quad \therefore x_1 > x_2 > \cdots > x_{k-1} = x_k < \cdots < x_{n-1} < x_n$$

このとき、 $x_1, \dots, x_n$  の最小値は、 $x_{k-1}$  および  $x_k$  である。

すなわち、 $l$  の個数は、 $l=k-1, k$  の 2 個。

$$x_{k-1} - x_k > 0 > x_k - x_{k+1} \text{ (} 3 \leq k \leq n-1 \text{) のとき}$$

$$x_1 - x_2 > \cdots > x_{k-1} - x_k > 0 > x_k - x_{k+1} > \cdots > x_{n-1} - x_n \quad \therefore x_1 > x_2 > \cdots > x_{k-1} > x_k < x_{k+1} < \cdots < x_{n-1} < x_n$$

このとき、 $x_1, \dots, x_n$  の最小値は、 $x_k$  である。

すなわち、 $l$  の個数は、 $l=k$  の 1 個。

いずれにしても、 $x_1, \dots, x_n$  のうち最小値をとるものは 1 個か 2 個である。

以上により示された。(証明終)