

2001 年京大後期文 2

$1 \leq k \leq n$  において、 $a_1, a_2, \dots, a_k$  に現れる、1 の個数および  $-1$  の個数を、それぞれ  $p, q$  とすると、 $p+q=k$  ( $0 \leq p \leq k, 0 \leq q \leq k$ ) である。

$$a_k = 1 \text{ とすると } b_k = \frac{1}{2} \left( k + \sum_{j=1}^k a_j \right) = \frac{1}{2} (p+q+p-q) = p$$

$$a_k = -1 \text{ とすると } b_k = \frac{1}{2} \left( -k + \sum_{j=1}^k a_j \right) = \frac{1}{2} (-p-q+p-q) = -q$$

$a_k$  が  $a_1$  から数えて  $p$  個目の 1 であれば、 $b_k = p$  である。

$a_k$  が  $a_1$  から数えて  $q$  個目の  $-1$  であれば、 $b_k = -q$  である。

数列  $a_1, a_2, \dots, a_n$  に初めて 1 が現れたとき、数列  $b_1, b_2, \dots, b_n$  に初めて 1 が現れる。

以降順次、 $2, 3, \dots, m$  が現れる。

数列  $a_1, a_2, \dots, a_n$  に初めて  $-1$  が現れたとき、数列  $b_1, b_2, \dots, b_n$  に初めて  $-1$  が現れる。

以降順次、 $-2, -3, \dots, -(n-m)$  が現れる。

求める集合は  $-(n-m), \dots, -2, -1, 1, 2, \dots, m$  ……(答)