

2001 年京大後期文 2

$1 \leq k \leq n$ において、 a_1, a_2, \dots, a_k に現れる、1 の個数および -1 の個数を、それぞれ p, q とすると、 $p+q=k$ ($0 \leq p \leq k, 0 \leq q \leq k$) である。

$$a_k = 1 \text{ とすると } b_k = \frac{1}{2} \left(k + \sum_{j=1}^k a_j \right) = \frac{1}{2} (p+q+p-q) = p$$

$$a_k = -1 \text{ とすると } b_k = \frac{1}{2} \left(-k + \sum_{j=1}^k a_j \right) = \frac{1}{2} (-p-q+p-q) = -q$$

a_k が a_1 から数えて p 個目の 1 であれば、 $b_k = p$ である。

a_k が a_1 から数えて q 個目の -1 であれば、 $b_k = -q$ である。

数列 a_1, a_2, \dots, a_n に初めて 1 が現れたとき、数列 b_1, b_2, \dots, b_n に初めて 1 が現れる。

以降順次、 $2, 3, \dots, m$ が現れる。

数列 a_1, a_2, \dots, a_n に初めて -1 が現れたとき、数列 b_1, b_2, \dots, b_n に初めて -1 が現れる。

以降順次、 $-2, -3, \dots, -(n-m)$ が現れる。

求める集合は $-(n-m), \dots, -2, -1, 1, 2, \dots, m$ ……(答)