

2001 年京大後期理 4

(1)

$3.010 < 10 \log_{10} 2 < 3.011$ であるから、例えば $n=10$ のとき $\{n \log_{10} 2\} < 0.02$ である。 $\therefore n=10$ ……(答)

(2)

$7 \times 10^m < 2^n < 8 \times 10^m$ のとき、 2^n は $m+1$ 桁であり、各辺の常用対数をとると

$$m + \log_{10} 7 < n \log_{10} 2 < m + 3 \log_{10} 2 \quad m + 0.8451 < n \log_{10} 2 < m + 0.9030$$
$$\{n \log_{10} 2\} = n \log_{10} 2 - m \text{ であるから } 0.8451 < \{n \log_{10} 2\} < 0.9030 \text{ — ①}$$

①を満たす正の整数 n を求めればよい。

$1.8060 < 6 \log_{10} 2 < 1.8066$ であり、 $3.010 < 10 \log_{10} 2 < 3.011$ より $12.040 < 40 \log_{10} 2 < 12.044$ であるから

$$13.8460 < 46 \log_{10} 2 < 13.8506 \quad \therefore 0.8460 < \{46 \log_{10} 2\} < 0.8506$$

したがって、求める n の 1 つは $\therefore n=46$ ……(答)