

2002 年京大文 [2]

$\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}, \vec{OD}$ は、一次独立である。条件より $\vec{OD} = \vec{OA} - \vec{OB} + \vec{OC}$

$\vec{OS} = s\vec{OD} = s\vec{OA} - s\vec{OB} + s\vec{OC}$ であり、 $\vec{OA} = \frac{1}{p}\vec{OP}, \vec{OB} = \frac{1}{q}\vec{OQ}, \vec{OC} = \frac{1}{r}\vec{OR}$ であるから

$$\vec{OS} = \frac{s}{p}\vec{OP} - \frac{s}{q}\vec{OQ} + \frac{s}{r}\vec{OR}$$

点 S が、3 点 P, Q, R と同一平面上にあるとき

$$\frac{s}{p} - \frac{s}{q} + \frac{s}{r} = 1 \quad \frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{1}{s} \quad \therefore \frac{1}{p} + \frac{1}{r} = \frac{1}{q} + \frac{1}{s} \quad (\text{証明終})$$

(注)

$\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ が一次独立であり、 $\vec{OD} = a\vec{OA} + b\vec{OB} + c\vec{OC}$ と表されるとき、

点 D が、3 点 A, B, C と同一平面上にある条件は $a + b + c = 1$

断りなく用いると、減点されるだろうか？ 証明は容易にできるので、省略。