

2002 年京大文 5

$$1 < a < b < c \text{ より } 1 + a < 1 + b < 1 + c \quad a + b < a + c < b + c$$

$1 + b < a + b$ 、 $1 + c < a + c$  であるので、条件により

$$(1 + b) - (1 + a) = b - a = 1 \quad (b + c) - (a + c) = b - a = 1 \quad \therefore b = a + 1$$

i)  $a + b < 1 + c$  のとき

$$1 + a < 1 + b < a + b < 1 + c < a + c < b + c \quad 1 + a < 2 + a < 2a + 1 < 1 + c < a + c < a + c + 1$$

$$(2a + 1) - (2 + a) = a - 1 = 1 \quad \therefore a = 2 \quad \text{これは } 1 < a \text{ を満たすので } \therefore b = 3$$

$$(1 + c) - (2a + 1) = c - 4 = 1 \quad \therefore c = 5$$

$1 + a = 3, 1 + b = 4, a + b = 5, 1 + c = 6, a + c = 7, b + c = 8$  であり、確かに条件を満たす。

ii)  $a + b > 1 + c$  のとき

$$1 + a < 1 + b < 1 + c < a + b < a + c < b + c \quad 1 + a < 2 + a < 1 + c < 2a + 1 < a + c < a + c + 1$$

$$(1 + c) - (2 + a) = c - a - 1 = 1 \quad (a + c) - (2a + 1) = c - a - 1 = 1 \quad \therefore c = a + 2 \quad \text{---①}$$

$$(2a + 1) - (1 + c) = 2a - c = 1 \quad \therefore c = 2a - 1 \quad \text{---②}$$

①、②より  $\therefore a = 3, c = 5$  したがって  $\therefore b = 4$

$1 + a = 4, 1 + b = 5, 1 + c = 6, a + b = 7, a + c = 8, b + c = 9$  であり、確かに条件を満たす。

iii)  $a + b = 1 + c$  のとき

$$c = a + b - 1 = 2a \quad 1 + a < 2 + a < 2a + 1 < 3a < 3a + 1$$

$$(2a + 1) - (2 + a) = a - 1 = 1 \quad 3a - (2a + 1) = a - 1 = 1 \quad \therefore a = 2 \quad \therefore b = 3, c = 4$$

$1 + a = 3, 1 + b = 4, a + b = 1 + c = 5, a + c = 6, b + c = 7$  であり、確かに条件を満たす。

以上により  $\therefore (a, b, c) = (2, 3, 4), (2, 3, 5), (3, 4, 5) \dots\dots$  (答)

※6つの整数に重複が許されることに注意。