

2002 年京大後期理Ⅰ文Ⅰ共通

求める確率を  $p_n$  とする。

$n=2$  のとき

最初に番号 1 の札を取り出すと、 $B$  の箱に入る札は 0 枚である。

最初に番号 2 の札を取り出すと、番号 1 の札が  $B$  の箱に入るから  $\therefore p_2 = \frac{1}{2}$

$n \geq 3$  のとき

番号  $k$  ( $1 \leq k \leq n-1$ ) の札 1 枚だけが  $B$  の箱に入る場合を考える。

番号  $k$  以外の  $n-1$  枚の札が、番号順に並んでいるとする。

番号  $k$  より大きい番号の札は  $(n-1) - (k-1) = n-k$  枚あるから、番号  $k$  の札を、これら  $n-k$  枚の札のいずれかより、後に取り出せばよい。すなわち、番号  $k$  の札 1 枚だけが  $B$  の箱に入る取り出し方は、 $n-k$  通り。

すべての取り出し方は  $n!$  通りであるから、求める確率は

$$p_n = \frac{1}{n!} \sum_{k=1}^{n-1} (n-k) = \frac{1}{n!} \left\{ n(n-1) - \frac{n(n-1)}{2} \right\} = \frac{n(n-1)}{2n!} = \frac{1}{2(n-2)!}$$

$0! = 1$  とすれば、 $n=2$  でも成立。

以上により  $\therefore p_n = \frac{1}{2(n-2)!}$  ……(答)