

2003 年京大後期文 [4] ※2021. 8. 14 計算ミス修正

三角形  $ABC$  は直角三角形である。座標空間において、 $A(0, 0, 0)$ ,  $B(3, 0, 0)$ ,  $C(0, 4, 0)$  とする。 $D(p, q, h)$  ( $h > 0$ ) とする。三角形  $ABC$  を底面とすると、 $D$  の  $z$  座標  $h$  が高さになる。

$$AD = 6 \text{ より } p^2 + q^2 + h^2 = 36 \text{ ——①}$$

$$BD = 7 \text{ より } (p - 3)^2 + q^2 + h^2 = 49 \text{ ——②}$$

$$CD = 8 \text{ より } p^2 + (q - 4)^2 + h^2 = 64 \text{ ——③}$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ より } -6p + 9 = 13 \quad 6p = -4 \quad \therefore p = -\frac{2}{3}$$

$$\text{③} - \text{①} \text{ より } -8q + 16 = 28 \quad 8q = -12 \quad \therefore q = -\frac{3}{2}$$

$$\text{①} \text{ より } h^2 = 36 - p^2 - q^2 = 36 - \frac{4}{9} - \frac{9}{4} = \frac{1296 - 16 - 81}{36} = \frac{1199}{36} \quad \therefore h = \frac{\sqrt{1199}}{6}$$

$$\text{四面体 } ABCD \text{ の体積は } \therefore \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \times \frac{\sqrt{1199}}{6} = \frac{\sqrt{1199}}{3} \text{ ……(答)}$$