2003年京大文 $\boxed{5}$

4チームを、$A,\ B,\ C,\ D$ とする。

全試合数は ${}_4C_2=6$ 試合であり、これらの勝敗の組み合わせは、$2^6=64$ 通り。

4チームは各3試合を行い、4チームの勝ち数、負け数を合計すると、いずれも6である。

1位の成績が3勝0敗のとき

例えば A が3勝したとき、$B,\ C,\ D$ は少なくとも1敗しており、A が出場しない3試合の結果に関わらず、A が1位である。A が3勝0敗で1位になるような勝敗の組み合わせは、$2^3=8$ 通り。

$B,\ C,\ D$ が3勝0敗で1位になる場合も同様である。

いずれか1チームが、3勝0敗で1位になるような勝敗の組み合わせは、$4\times8=32$ 通り。

1位の成績が2勝1敗のとき

i)3チームが2勝1敗、1チームが0勝3敗　ii)2チームが2勝1敗、2チームが1勝2敗

のいずれかである。

i)の場合を考える。このとき、1位のチームは3チームである。

いずれか1チームが3敗するので、どのチームが3敗するかが4通り。

例えば、D が3敗したとき、1位の3チーム、$A,\ B,\ C$ 間での勝敗の組み合わせを考えると、

A が B に勝てば、C には負ける。すると、B は C に勝つ。

A が C に勝てば、B には負ける。すると、C は B に勝つ。

すなわち、$A,\ B,\ C$ 間での勝敗が1勝1敗になる組み合わせは、2通り。

3チームが2勝1敗で1位になるような勝敗の組み合わせは、$4\times2=8$ 通り。

4チームの成績が並ぶことはないから、ii)の場合の勝敗の組み合わせは、$64-32-8=24$ 通り。

以上により、1位のチーム数の期待値は　$1\times\dfrac{32}{64}+2\times\dfrac{24}{64}+3\times\dfrac{8}{64}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{8}=\dfrac{13}{8}$　……(答)