2005年京大後期文$\boxed{3}$

$\gamma=180°-(\alpha+\beta)$ より、$\cos\gamma=-\cos(\alpha+\beta)$ であるから

$$
\begin{aligned}
&\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma\\
&\quad=\cos\alpha+\cos\beta-\cos(\alpha+\beta)=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}-\left(2\cos^2\frac{\alpha+\beta}{2}-1\right)\\
&\quad=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\left(\cos\frac{\alpha-\beta}{2}-\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\right)+1=4\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}+1
\end{aligned}
$$

$0°\leqq\alpha\leqq180°$ であるから、$0°\leqq\dfrac{\alpha}{2}\leqq90°$ で、$0\leqq\sin\dfrac{\alpha}{2}\leqq1$ であり、同様に $0\leqq\sin\dfrac{\beta}{2}\leqq1$ である。

また、$0°\leqq\alpha+\beta\leqq180°$ であるから、$0°\leqq\dfrac{\alpha+\beta}{2}\leqq90°$ で、$0\leqq\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\leqq1$ である。

したがって　$\therefore\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=4\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha}{2}\sin\dfrac{\beta}{2}+1\geqq1$　（証明終）

等号成立は、$\alpha=0°$ または $\beta=0°$ または $\alpha+\beta=180°$ のときであるから、
$\alpha,\ \beta,\ \gamma$ のうち、少なくとも1つが $0°$ に等しいときである。