

2005 年京大後期文 5

右図のような街路について、最短経路を考えればよい。

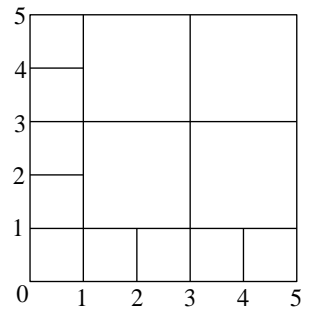
(0, 0) を出発してから、

i) (1, 1) を経由するとき

(0, 0) から (1, 1) に到達する経路は 2 通り。

(1, 1) から (5, 5) に到達する経路は、 2×2 の碁盤の目について考えればよい。

最短経路数は $2 \times {}_4C_2 = 12$



ii) (1, 1) を経由せず、(2, 1) を経由するとき

(0, 0) \rightarrow (2, 0) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (3, 1) と進み、(3, 1) から (5, 5) に到達する経路数は ${}_3C_1 = 3$

対称性より、(1, 1) を経由せず、(1, 2) を経由するときの経路数も同じ。

iii) (1, 1), (2, 1) を経由せず、(3, 1) を経由するとき

(0, 0) \rightarrow (3, 0) \rightarrow (3, 1) と進み、(3, 1) から (5, 5) に到達する経路数は ${}_3C_1 = 3$

対称性より、(1, 1), (1, 2) を経由せず、(1, 3) を経由するときの経路数も同じ。

iv) (1, 1), (2, 1), (3, 1) を経由せず、(4, 1) を経由するとき

(0, 0) \rightarrow (4, 0) \rightarrow (4, 1) \rightarrow (5, 1) \rightarrow (5, 5) と進む経路のみである。

対称性より、(1, 1), (1, 2), (1, 3) を経由せず、(1, 4) を経由するときの経路数も同じ。

v) (1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1) を経由せず、(5, 1) を経由するとき

(0, 0) \rightarrow (5, 0) \rightarrow (5, 1) \rightarrow (5, 5) と進む経路のみである。

対称性より、(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4) を経由せず、(1, 5) を経由するときの経路数も同じ。

以上により、最短経路数は $12 + 2 \times 3 + 2 \times 3 + 2 \times 1 + 2 \times 1 = 28$ 通り …… (答)