

2005 年京大理 1 文 1 共通

L 上の点を、 $(t, 2t)$ ($0 \leq t \leq 1$) とおく。これが $y = x^2 + ax + b$ 上にあるとき

$$2t = t^2 + at + b \quad t^2 + (a-2)t + b = 0 \quad \text{--- ①}$$

t に関する二次方程式①が、 $0 \leq t \leq 1$ の範囲に実数解を持てばよい。

$$f(t) = t^2 + (a-2)t + b = \left(t + \frac{a-2}{2}\right)^2 + b - \frac{(a-2)^2}{4} \text{ とすると}$$

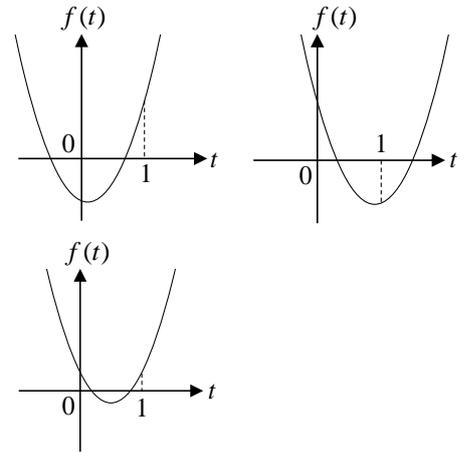
①が $0 \leq t \leq 1$ の範囲に 1 つの実数解を持つとき (重解を除く)

$$f(0) \cdot f(1) \leq 0 \quad b(b+a-1) \leq 0 \quad \text{--- ②}$$

①が $0 \leq t \leq 1$ の範囲に 2 つの実数解を持つとき (重解を含む)

$$f(0) \geq 0 \quad f(1) \geq 0 \quad \text{軸について } 0 < -\frac{a-2}{2} < 1 \quad b - \frac{(a-2)^2}{4} \leq 0$$

$$b \geq 0 \text{ かつ } b+a-1 \geq 0 \text{ かつ } 0 < a < 2 \text{ かつ } b \leq \frac{(a-2)^2}{4} \quad \text{--- ③}$$



求める範囲は、②または③であるから、図示すると右図の通り。境界線を含む。

