

2005 年京大理 2 文 2 共通

$\log_{10} \frac{5}{4} = \log_{10} \frac{10}{2^3} = 1 - 3\log_{10} 2$  より、 $2^{10} < \left(\frac{5}{4}\right)^n < 2^{20}$  の各辺の常用対数をとると

$$10\log_{10} 2 < n(1 - 3\log_{10} 2) < 20\log_{10} 2 \quad 10 \cdot \frac{\log_{10} 2}{1 - 3\log_{10} 2} < n < 20 \cdot \frac{\log_{10} 2}{1 - 3\log_{10} 2}$$

$$x = \frac{\log_{10} 2}{1 - 3\log_{10} 2} \text{ とすると } \frac{0.301}{1 - 0.903} < x < \frac{0.3011}{1 - 0.9033} \quad \frac{0.301}{0.097} < x < \frac{0.3011}{0.0967} \quad \frac{301}{97} < x < \frac{3011}{967}$$

$$\frac{301}{97} = 3.10309\dots, \frac{3011}{967} = 3.10341\dots \text{ より}$$

$$3.1 < x < 3.11 \quad 31 < 10x < 31.1 \quad 62 < 20x < 62.2 \quad \therefore 32 \leq n \leq 62$$

これを満たす自然数  $n$  の個数は 31 個 …… (答)