

2006 年京大後期文 1

求める確率を p_n とする。

$n=1$ のとき 3 の目が出たときであるから $p_1 = \frac{1}{6}$

$n=2$ のとき 1 と 3 の目、2 と 2 の目のいずれかが出たときであるから $p_2 = (2+1)\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{12}$

$n \geq 3$ のとき

i) 1 の目が $n-1$ 個、3 の目が 1 個出たとき

ii) 1 の目が $n-2$ 個、2 の目が 2 個出たとき

のいずれかであるから

$$p_n = ({}_n C_1 + {}_n C_2) \left(\frac{1}{6}\right)^n = \left\{n + \frac{n(n-1)}{2}\right\} \left(\frac{1}{6}\right)^n = \frac{n\{2 + (n-1)\}}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^n = \frac{n(n+1)}{2 \cdot 6^n}$$

これは $n=1, 2$ でも成立。

以上により $\therefore p_n = \frac{n(n+1)}{2 \cdot 6^n} \dots\dots$ (答)