

2006 年京大後期文 2

$$\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = -\vec{AP} + (\vec{AB} - \vec{AP}) + (\vec{AC} - \vec{AP}) = \vec{AB} + \vec{AC} - 3\vec{AP} = \vec{0} \quad \therefore \vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

これより、 $P$  は  $\triangle ABC$  の重心である。

$AP$  の延長が  $BC$  とぶつかる点を、 $M$  とする。

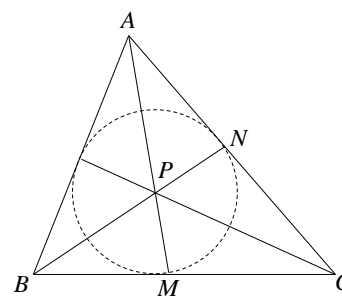
$P$  は  $\triangle ABC$  の内心かつ重心であるから、

$AM$  は  $\angle A$  の二等分線であり、 $M$  は  $BC$  の中点である。

$$AB : AC = BM : MC = 1 : 1 \quad \therefore AB = AC$$

同様に、 $BP$  の延長が  $CA$  とぶつかる点を、 $N$  とすると

$$BA : BC = CN : NA = 1 : 1 \quad \therefore BA = BC$$



したがって、 $AB = BC = CA$  であるから、 $\triangle ABC$  は正三角形である。(証明終)