2006 年京大理 6

$F(\theta) = \displaystyle\int_0^\theta x\cos(x+\alpha)dx$ より $F'(\theta) = \theta\cos(\theta+\alpha)$

$F(\theta)$ の増減は右の通りで、$\theta = \dfrac{\pi}{2} - \alpha$ のとき最大となる。

θ	0	$\cdots$	$\dfrac{\pi}{2} - \alpha$	$\cdots$	$\dfrac{\pi}{2}$
$F'(\theta)$		$+$	0	$-$	
$F(\theta)$		$\nearrow$		$\searrow$	

求める最大値は

$$F\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}-\alpha} x\cos(x+\alpha)dx = \Big[x\sin(x+\alpha)\Big]_0^{\frac{\pi}{2}-\alpha} - \int_0^{\frac{\pi}{2}-\alpha}\sin(x+\alpha)dx$$

$$= \dfrac{\pi}{2} - \alpha + \Big[\cos(x+\alpha)\Big]_0^{\frac{\pi}{2}-\alpha} = \dfrac{\pi}{2} - \alpha - \cos\alpha \quad \cdots\cdots (答)$$