2007年京大文$\boxed{1}$

(1)

$A=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$であるから、ケーリー・ハミルトンの定理より　$A^2=A-2E$

$$A^3=A^2-2A=(A-2E)-2A=-A-2E \qquad A^4=-A^2-2A=-(A-2E)-2A=-3A+2E$$

$$A^6=-3A^3+2A^2=-3(-A-2E)+2(A-2E)=5A+2E$$

$$\begin{aligned} &A^6+2A^4+2A^3+2A^2+2A+3E \\ &=5A+2E+2(-3A+2E)+2(-A-2E)+2(A-2E)+2A+3E=A+E \\ &=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$ ……(答)

(2)

n秒後に点Pが頂点Oにある確率を、p_nとする。

n秒後に点Pが頂点Oにあるとき、$n+1$秒後には必ず底面のいずれかの頂点に移る。

n秒後に点Pが底面のいずれかの頂点あるとき、$n+1$秒後に移れる頂点は、底面の隣接した2頂点か、

頂点Oのいずれかであるから、確率$\dfrac{1}{3}$で頂点Oに移る。

したがって、漸化式$p_{n+1}=\dfrac{1}{3}(1-p_n)$が成り立つ。

$$p_{n+1}-\frac{1}{4}=-\frac{1}{3}\left(p_n-\frac{1}{4}\right) \qquad p_n-\frac{1}{4}=\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\left(p_1-\frac{1}{4}\right)$$

$p_1=0$であるから　$p_n-\dfrac{1}{4}=-\dfrac{1}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$　$\therefore p_n=\dfrac{1}{4}\left\{1-\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}\right\}$ ……(答)

※(1)は理系甲$\boxed{1}$と共通。