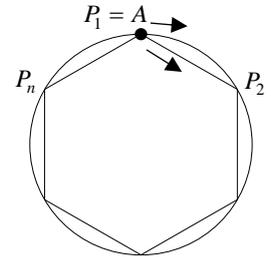


2008 年京大文 5

正 n 角形の各頂点を、時計回りに P_1, P_2, \dots, P_n とする。

P_1 を A とし、最初に P_1 から時計回りに動き始めるとする。

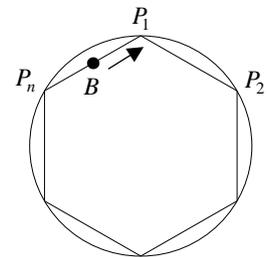


- i) 最初に動き出してから、時計回りに動き続けるとき
 1 周目は、頂点に達する毎に、辺上か円弧上を選びながら動き、 P_1 に至る。
 2 周目は、1 周目で通っていない方を動き、 P_1 に戻る。
 このような経路の数は、 2^n である。

- ii) 最初に動き出してから、ある点で反時計回りに変わるとき
 P_1 を出発し、i) と同様に動きながら、 P_k ($1 \leq k \leq n$) で反時計回りになるとする。
 P_k に至ると、反時計回りに動いて P_1 を通り越し、再び P_k に至る。
 再び P_k に至ると、時計回りに動いて、 P_1 に戻る。
 どの点で反時計回りになるかは n 通りあり、このような経路の数は、 $n2^n$ である。
 (ちょうど 1 周して P_1 に至り、反時計回りになる場合も含む)

最初に P_1 から反時計回りに動き始める経路の数も同じであるから $\therefore a = 2 \times (n+1)2^n = (n+1)2^{n+1} \dots\dots$ (答)

次に、 P_1 と P_n の中点を B とし、最初に P_1 に向かって動き始めるとする。
 最後は、 P_n から B に戻ることになる。



- i) 最初に動き出してから、時計回りに動き続けるとき
 1 周目は、頂点に達する毎に、辺上か円弧上を選びながら動き、 P_n に至る。
 P_n から P_1 へ円弧上を通り、2 周目は、1 周目で通っていない方を動き、 P_n に至る。
 最後に P_n から B に戻る。このような経路の数は、 2^{n-1} である。

- ii) 最初に動き出してから、ある点で反時計回りに変わるとき
 B を出発し、i) と同様に動きながら、 P_k ($1 \leq k \leq n$) で反時計回りになるとする。
 P_k に至ると、反時計回りに動いて、 P_1 から P_n へ円弧上を通り、再び P_k に至る。
 再び P_k に至ると、時計回りに動いて、 P_n に至る。最後に P_n から B に戻る。
 どの点で反時計回りになるかは n 通りあり、このような経路の数は、 $n2^{n-1}$ である。
 (動き出してすぐに、 P_1 で反時計回りになる場合も含む)

最初に B から P_n に向かって動き始める経路の数も同じであるから $\therefore b = 2 \times (n+1)2^{n-1} = (n+1)2^n \dots\dots$ (答)