

2011 年京大文 3

$$x^3 - 4x^2 + 6x = x + a \text{ とすると } a = x^3 - 4x^2 + 5x$$

直線  $y = a$  と曲線  $y = x^3 - 4x^2 + 5x$  の、交点の個数を調べればよい。

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x \text{ とすると}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 8x + 5 = (3x - 5)(x - 1)$$

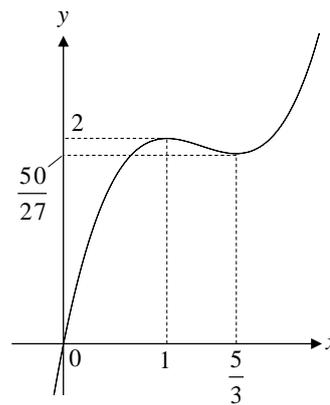
$f(x)$  の増減は右の通りで、 $x = 1$  のとき極大、 $x = \frac{5}{3}$  のとき極小。

$$f(1) = 2 \quad f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{125}{27} - \frac{100}{9} + \frac{25}{3} = \frac{125 - 300 + 225}{27} = \frac{50}{27}$$

$y = f(x)$  のグラフは右図の通りであるから、交点の個数は

$$\begin{cases} a < \frac{50}{27}, 2 < a \text{ のとき} & 1 \text{ 個} \\ a = \frac{50}{27}, 2 \text{ のとき} & 2 \text{ 個} \dots\dots (\text{答}) \\ \frac{50}{27} < a < 2 \text{ のとき} & 3 \text{ 個} \end{cases}$$

$x$	...	1	...	$\frac{5}{3}$	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗



※評価すべき式は、理系 5 と同じ。