

2014 年京大文 5

A の得点が1になることはない。

A の出した目が k ($2 \leq k \leq 20$) のとき、B の出した目が $k-1$ 以下であれば、A の得点は k である。

A の得点が k である確率は $\frac{1}{20} \cdot \frac{k-1}{20} = \frac{k-1}{400}$ これは $k=1$ でも成立。

A の得点の期待値は

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{20} k \cdot \frac{k-1}{400} &= \frac{1}{400} \left(\sum_{k=1}^{20} k^2 - \sum_{k=1}^{20} k \right) \\ &= \frac{1}{400} \left(\frac{20 \cdot 21 \cdot 41}{6} - \frac{20 \cdot 21}{2} \right) = \frac{10 \cdot 7 \cdot 41 - 10 \cdot 21}{400} = \frac{287 - 21}{40} = \frac{266}{40} = \frac{133}{20} \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$