

2015 年京大文 3

すべての塗り方は、 $2^7 = 128$ 通り。

$X = 4$ となるのは、 AB, BC, CD, DE が赤く塗られ、 BE が黒く塗られ、 AF, FE のうち少なくとも一方が黒く塗られた場合であるから、このような塗り方の総数は $2^2 - 1 = 3$ 通り。

$X = 4$ となる確率は $\therefore \frac{3}{128}$ ……(答)

$X = 2$ となるのは、 AB, BE の両方、または、 AF, FE の両方が、赤く塗られた場合である。

AB, BE の両方が赤く塗られる塗り方は、他の線分の塗り方は任意であるから $2^5 = 32$ 通り。

同様に、 AF, FE の両方が赤く塗られる塗り方も、 $2^5 = 32$ 通り。

AB, BE, AF, FE のすべてが赤く塗られる塗り方は $2^3 = 8$ 通り。

$X = 2$ となる塗り方の総数は $32 + 32 - 8 = 56$ 通り。

$X = 2$ となる確率は $\therefore \frac{56}{128} = \frac{7}{16}$ ……(答)

$X = 0, 2, 4$ 以外の値はとり得ない。

$X = 0$ となる確率は、余事象より $\therefore 1 - \frac{3}{128} - \frac{7}{16} = \frac{69}{128}$ ……(答)