2019 年京大文$\boxed{1}$

問 1

$$x^5+2x^4+ax^3+3x^2+3x+2=(x^3+x^2+x+1)(x^2+x+a-2)+(3-a)x^2+(4-a)x+4-a$$

$Q(x)=x^2+x+a-2, R(x)=(3-a)x^2+(4-a)x+4-a$であるから、条件により

$4-a=1 \quad \therefore a=3$ ……(答)　$\therefore Q(x)=x^2+x+1, R(x)=x+1$ ……(答)

問 2　※2022. 2. 22 常用対数の値の評価について、記述訂正。

常用対数表により、$0.95125 \leqq \log_{10} 8.94 < 0.95135$であるから

$18\times 0.95125 \leqq \log_{10} 8.94^{18} < 18\times 0.95135 \quad 17.1225 \leqq \log_{10} 8.94^{18} < 17.1243$

$10^{17} < 8.94^{18} < 10^{18}$であるから、$8.94^{18}$の整数部分は$18$ 桁 ……(答)

8.94^{18}の整数部分の最高位の数をpとすると、$p\times 10^{17} \leqq 8.94^{18} < (p+1)\times 10^{17}$より

$\log_{10} p + 17 \leqq \log_{10} 8.94^{18} < \log_{10}(p+1)+17 \quad \log_{10} p \leqq \log_{10} 8.94^{18} - 17 < \log_{10}(p+1)$

常用対数表より $0.30095 \leqq \log_{10} 2 < 0.30105$ であり、$0.1225 \leqq \log_{10} 8.94^{18} - 17 < 0.1243$ であるから

$0=\log_{10} 1 < 0.1225 \leqq \log_{10} 8.94^{18} - 17 < 0.1243 < \log_{10} 2 \quad \therefore p=1$

8.94^{18}の整数部分の最高位から 2 桁目の数をqとすると

$$\left(1+\frac{q}{10}\right)\times 10^{17} \leqq 8.94^{18} < \left(1+\frac{q+1}{10}\right)\times 10^{17} \quad \log_{10}\left(1+\frac{q}{10}\right) \leqq 8.94^{18} - 17 < \log_{10}\left(1+\frac{q+1}{10}\right)$$

常用対数表より $0.11385 \leqq \log_{10} 1.3 < 0.11395, 0.14605 \leqq \log_{10} 1.4 < 0.14615$ であるから

$\log_{10} 1.3 < 0.1225 \leqq \log_{10} 8.94^{18} - 17 < 0.1243 < \log_{10} 1.4 \quad \therefore q=3$

以上により、8.94^{18}の整数部分の最高位から 2 桁の数は　$\therefore 13$ ……(答)