

2019 年京大文 [2]

$$x \geq 0 \text{ のとき } f(x) = x^2 + 2(a+b)x = \{x + (a+b)\}^2 - (a+b)^2$$

$$x < 0 \text{ のとき } f(x) = x^2 + 2(a-b)x = \{x + (a-b)\}^2 - (a-b)^2$$

$-(a+b) > 0$ となるのは、 $a < -b$ のとき。 $-b \leq a$ のとき、 $-(a+b) \leq 0$ となる。

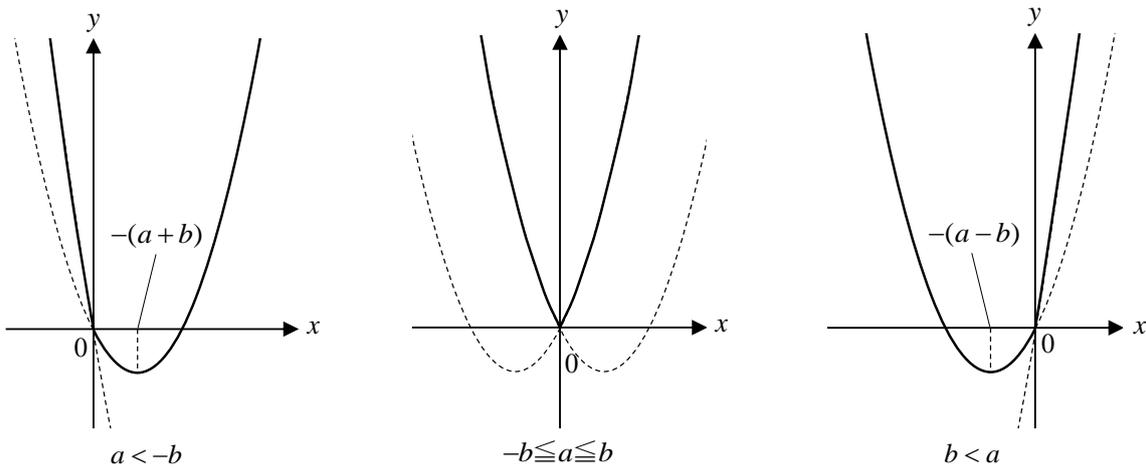
$-(a-b) < 0$ となるのは、 $b < a$ のとき。 $a \leq b$ のとき、 $-(a-b) \geq 0$ となる。

$$a < -b \text{ のとき } -(a+b) > 0, -(a-b) > 0$$

$$-b \leq a \leq b \text{ のとき } -(a+b) \leq 0, -(a-b) \geq 0$$

$$b < a \text{ のとき } -(a+b) < 0, -(a-b) < 0$$

これらにより、 $y = f(x)$ のグラフは下図のようになるから



求める最小値 m は

$$a < -b \text{ のとき } m = -(a+b)^2, -b \leq a \leq b \text{ のとき } m = 0, b < a \text{ のとき } m = -(a-b)^2 \dots \dots (\text{答})$$

m のグラフは右図の通り。

