2019 年京大理 $\boxed{2}$

nが偶数のとき、$f(n)=n^3+2n^2+2$ は偶数であり、$|f(n)|$が素数ならば$|f(n)|=2$ である。

$f(n)=2$ のとき　$n^3+2n^2=n^2(n+2)=0$　$\therefore n=-2, 0$

$f(n)=-2$ のとき　$n^3+2n^2+4=0$　これを満たす整数nは存在しない。

したがって、$|f(n)|$が素数になる偶数nは、$n=-2, 0$ のみであるから、$n=-3, -1, 1$ について調べる。

$|f(-3)|=|-27+18+2|=7$　$|f(-1)|=|-1+2+2|=3$　$|f(1)|=|1+2+2|=5$

以上により、求める整数nは　$\therefore n=-3,\ -2, -1, 0$ ……(答)