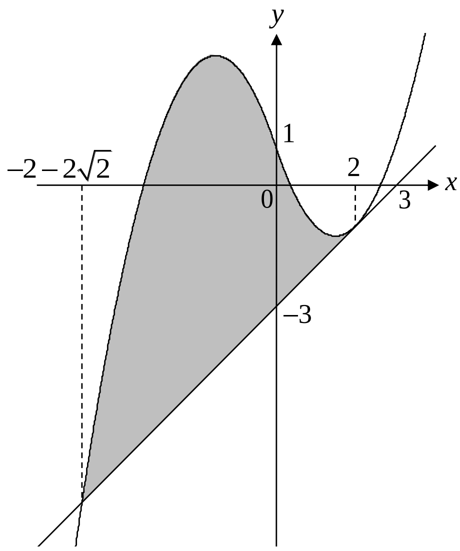
2020年京大文$\boxed{1}$

$x \geqq 0$ のとき　$y = x^2 - 3x + 1 = \left(x - \dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{5}{4}$

$x < 0$ のとき　$y = -x^2 - 3x + 1 = -\left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 + \dfrac{13}{4}$



Cのグラフは右図の通り。$a < 0$であるから、lが接するのは$x \geqq 0$の部分である。

$y = x^2 - 3x + 1$より、$y' = 2x - 3 = 1$とすると　$\therefore x = 2$

Cとlの接点は、$(2, -1)$であるから　$-1 = 2 + a$　$\therefore a = -3$ ……(答)

Cの$x < 0$の部分と、lの交点を求める。

$-x^2 - 3x + 1 = x - 3$　$x^2 + 4x - 4 = 0$　$x = -2 \pm 2\sqrt{2}$

$x < 0$より　$\therefore x = -2 - 2\sqrt{2}$

求める面積は

$$\int_0^2 \{(x^2 - 3x + 1) - (x - 3)\}dx + \int_{-2-2\sqrt{2}}^0 \{(-x^2 - 3x + 1) - (x - 3)\}dx$$

$$= \int_0^2 (x^2 - 4x + 4)dx + \int_{-2-2\sqrt{2}}^0 (-x^2 - 4x + 4)dx = \int_0^2 (x-2)^2 dx + \int_{-2-2\sqrt{2}}^0 \{-(x+2)^2 + 8\}dx$$

$$= \left[\frac{(x-2)^3}{3}\right]_0^2 + \left[-\frac{(x+2)^3}{3} + 8x\right]_{-2-2\sqrt{2}}^0 = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} - \frac{16}{3}\sqrt{2} + 16 + 16\sqrt{2}$$

$$= 16 + \frac{32}{3}\sqrt{2} \cdots\cdots (答)$$

※2つの放物線からなる点対称な曲線は、2006年京大理$\boxed{3}$でも出題されている。

いわゆる1/6公式は使えない。