

2021 年京大文 [1]

問 1

$$6.75 = 6 + \frac{3}{4} = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} \text{より、} 6.75 \text{ を } 2 \text{ 進法で表すと } \therefore 110.11 \dots\dots (\text{答})$$

次に、2 進法で 101.0101 と表される数を 10 進法で表すと $1 \cdot 2^2 + 1 + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-4} = 5.3125$

$$6.75 \times 5.3125 = \left(6 + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(5 + \frac{5}{16}\right) = 35 + \frac{55}{64}$$

$$35 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2 + 1 = 2 \cdot 4^2 + 3$$

$$\frac{55}{64} = 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} + 1 \cdot 2^{-6} = 3 \cdot 4^{-1} + 1 \cdot 4^{-2} + 3 \cdot 4^{-3}$$

求める積を 2 進法で表すと 100011.110111 $\dots\dots$ (答) 4 進法で表すと 203.313 $\dots\dots$ (答)

問 2

B から OA に下した垂線の足を K とし、O から AB に下した垂線の足を L とする。

BK と OL の交点が垂心 H である。

OK = 1, BK = $\sqrt{3}$ であり、BH : HK = t : 1 - t とすると

$$\overrightarrow{OH} = t\overrightarrow{OK} + (1-t)\overrightarrow{OB} = \frac{1}{3}t\overrightarrow{OA} + (1-t)\overrightarrow{OB} \text{ --- ①}$$

AB = $\sqrt{3+4} = \sqrt{7}$ より

$$\cos \angle OBA = \frac{4+7-9}{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{14} \quad BL = OB \cos \angle OBA = \frac{\sqrt{7}}{7} \quad \therefore AL : LB = 6 : 1$$

$$\overrightarrow{OL} = \frac{1}{7}\overrightarrow{OA} + \frac{6}{7}\overrightarrow{OB} \text{ より、実数 } k \text{ を用いて } \overrightarrow{OH} = \frac{1}{7}k\overrightarrow{OA} + \frac{6}{7}k\overrightarrow{OB} \text{ --- ②}$$

$$\text{①と②を比較すると } \frac{1}{3}t = \frac{1}{7}k \quad 1-t = \frac{6}{7}k \quad \therefore t = \frac{1}{3}, k = \frac{7}{9} \quad \therefore \overrightarrow{OH} = \frac{1}{9}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB} \dots\dots (\text{答})$$

