2021年京大文$\boxed{2}$

$P_0 = A$を出発し、P_1として移動可能な点は、B, C, Dのうちいずれか3点である。
以降n回目まで、次に移動可能な点は常に3点であるから、このような移動経路の総数は3^n通り。

終点P_nがD, E, Fのいずれかとなるものの総数をb_nとする。
n回目の移動後$A, B. C$のいずれかにいるとき、$n+1$回目の移動後も$A, B. C$のいずれかにいるには、移動可能な点は2点である。
n回目の移動後D, E, Fのいずれかにいるとき、$n+1$回目の移動後に$A, B. C$のいずれかにいるには、移動可能な点は1点である。
これより次の漸化式が成り立つ。　$a_{n+1} = 2a_n + b_n$
$a_n + b_n = 3^n$であるから　$a_{n+1} = 2a_n + 3^n - a_n = a_n + 3^n$　$\therefore a_{k+1} - a_k = 3^k$ ――①

①の両辺の、$k=1$から$k=n-1$までの和をとると

$$\sum_{k=1}^{n-1}(a_{k+1} - a_k) = a_n - a_1 = \sum_{k=1}^{n-1} 3^k = \frac{3(3^{n-1}-1)}{3-1} = \frac{3^n - 3}{2}$$

$a_1 = 2$であるから

$$\therefore a_n = \frac{3^n - 3}{2} + a_1 = \frac{3^n - 3}{2} + 2 = \frac{3^n + 1}{2} \cdots\cdots (答)$$