2024年京大文$\boxed{2}$

(1)

ちょうど3色で塗り分けるとき、立方体の3組の対面に同じ色が塗られる。

3色の3組の対面への割り当て方が$3! = 6$通り。すべての塗り方の総数は、3^6通りであるから

求める確率は　$\therefore p_3 = \dfrac{6}{3^6} = \dfrac{2}{243}$ ……(答)

(2)

ちょうど3色で塗り分けるか、ちょうど4色で塗り分けるか、いずれかである。

3色で塗り分けるとき、立方体の3組の対面に同じ色が塗られる。

4色中3色の選び方が${}_4C_3 = 4$通り。3色の3組の対面への割り当て方が$3! = 6$通り。

ちょうど3色で塗り分ける塗り方は、$4 \times 6 = 24$通り。

ちょうど4色で塗り分けるとき、立方体の3組の対面のうち2組に同じ色が塗られ、残り1組に異なる色が塗られる。同じ色に塗られる2組の対面の選び方が${}_3C_2 = 3$通り。

それら2組の対面への、2色の割り当て方が$2 \times {}_4C_2 = 12$通り。

残り2面の塗り方が2通り。

ちょうど4色で塗り分ける塗り方は、$3 \times 12 \times 2 = 72$通り。

条件を満たす塗り方の総数は、$12 + 72 = 96$通り。すべての塗り方の総数は、4^6通りであるから、

求める確率は　$\therefore p_4 = \dfrac{96}{4^6} = \dfrac{6}{4^4} = \dfrac{3}{128}$ ……(答)

※(2)は理系$\boxed{1}$の(1)と共通。