

2025 年京大文 [5]

平面 LMN 上の任意の点 P は、 $\overrightarrow{LP} = a\overrightarrow{LM} + b\overrightarrow{LN}$ と表せる。

$$\overrightarrow{LP} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OL} = a(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OL}) + b(\overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OL})$$

$$\therefore \overrightarrow{OP} = (1 - a - b)\overrightarrow{OL} + a\overrightarrow{OM} + b\overrightarrow{ON} = s(1 - a - b)\overrightarrow{OA} + ta\overrightarrow{OB} + ub\overrightarrow{OC}$$

$1 = \frac{1}{4s} + \frac{1}{2t} + \frac{3}{4u}$ であるから

$$\overrightarrow{OP} = s\left(\frac{1}{4s} + \frac{1}{2t} + \frac{3}{4u} - a - b\right)\overrightarrow{OA} + ta\overrightarrow{OB} + ub\overrightarrow{OC} = \left(\frac{1}{4} + \frac{s}{2t} + \frac{3s}{4u} - sa - sb\right)\overrightarrow{OA} + ta\overrightarrow{OB} + ub\overrightarrow{OC}$$

ここで、 $a = \frac{1}{2t}, b = \frac{3}{4u}$ とすると $\therefore \overrightarrow{OP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{OC}$

このとき、 P は s, t, u の値に無関係であるから、題意は示された。 (証明終)

※理系 [4] (1) とほぼ同じ。