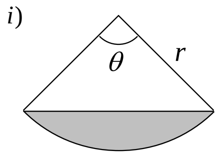
1963年東大理$\boxed{2}$文$\boxed{2}$共通

$P(0, \sqrt{3}+1)$とし、lをx軸とする。
今、Sについては考えず、P, Q, Rについて考える。$PQ=2+\sqrt{2}, QR=2-\sqrt{2}$であるから、
PからRまでの最長距離は　$(2+\sqrt{2})+(2-\sqrt{2})=4$
PからRまでの最短距離は　$(2+\sqrt{2})-(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$
Pは固定であるから、RはPを中心とした半径$2\sqrt{2}$の円と半径4の円の間のドーナツ型の領域を動く。

一方、RとSの関係を考える。$RS=\sqrt{3}-1$で、Sはx軸上を動くから、
Rは$-\sqrt{3}+1 \leqq y \leqq \sqrt{3}-1$の範囲になければならない。

以上を考慮し、Rが動く範囲を図示すると、下図ⅱ)の通り。



右図ⅰ)の扇形の網掛部の面積は$\dfrac{1}{2}r^2(\theta-\sin\theta)$であり、

$\angle R_1PR_4=\dfrac{2}{3}\pi, \angle R_2PR_3=\dfrac{\pi}{4}, \angle R_5PR_6=\dfrac{\pi}{3}$であるから、面積は

$$\frac{1}{2}\cdot 4^2\cdot\left(\frac{2}{3}\pi-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-\frac{1}{2}\cdot 4^2\cdot\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-\frac{1}{2}\cdot(2\sqrt{2})^2\cdot\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$
$$=\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}-\frac{8}{3}\pi+4\sqrt{3}-2\pi+4=\frac{2}{3}\pi+4 \quad \cdots\cdots(答)$$