1964年東大理$\boxed{1}$文$\boxed{1}$共通

$x+ay+a^2z=a^3$,　$x+by+b^2z=b^3$,　$x+cy+c^2z=c^3$

a, b, c は、3次方程式 $t^3-zt^2-yt-x=0$ の相違なる根と見ることができる。
解と係数の関係より　$a+b+c=z$ ――①　$ab+bc+ca=-y$ ――②

$$\begin{aligned}\therefore a^3+b^3+c^3&=3x+(a+b+c)y+(a^2+b^2+c^2)z=3x+(a+b+c)y+\{(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)\}z\\&=3x+zy+(z^2+2y)z=z^3+3yz+3x\end{aligned}$$ ……(答)