

1968 年東大文 [1]

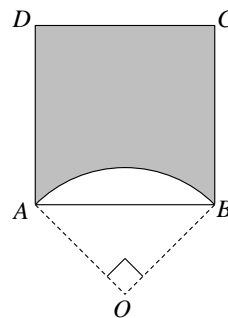
$\angle APB = \frac{3}{4}\pi$ となるような P の軌跡を考える。

円周角の定理より、 P は、正方形 $ABCD$ の外部にあって $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ となる

点 O を中心とし、 A, B を通る円上を動く。

$\angle APB \leq \frac{3}{4}\pi$ となる P の存在範囲は、右図の通り。

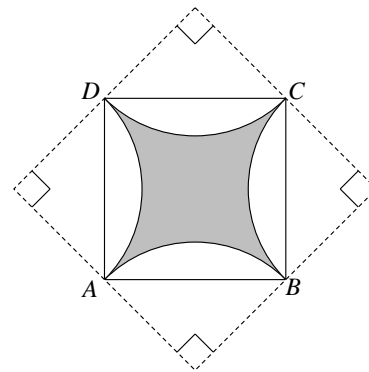
円周上の点を含むが、点 A, B は含まない。



対称性から、 $\angle APB \leq \frac{3}{4}\pi$, $\angle BPC \leq \frac{3}{4}\pi$, $\angle CPD \leq \frac{3}{4}\pi$, $\angle DPA \leq \frac{3}{4}\pi$

となるような P の存在範囲は、右図の通り。

円周上の点を含むが、点 A, B, C, D は含まない。



この面積は、一辺が $\sqrt{2}$ の正方形の面積から、半径が $\frac{\sqrt{2}}{2}$ の円の面積を

引いた値に等しいから $\therefore 2 - \frac{\pi}{2}$ ……(答)