1970 年東大理 $\boxed{2}$

(1)

点 $x=n$ にいる確率を、 $P(n)$ と表す。

貨幣を投げて表と裏が出る確率はともに $\frac{1}{2}$ と考えると、対称性から $P(n)=P(-n)$ である。

偶数回投げた後、奇数の点にいることはないから　$\therefore P(\pm1)=P(\pm3)=0$ ……(答)

4 回投げた後 $x=0$ にいるのは、表と裏を 2 回ずつ出したときであるから　$P(0)={}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{3}{8}$ ……(答)

4 回投げた後 $x=2$ にいるのは、表を 3 回、裏を 1 回出したときであるから　$P(\pm2)={}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{4}$ ……(答)

4 回投げた後 $x=4$ にいるのは、4 回とも表を出したときであるから　$P(\pm4)=\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$ ……(答)

(2)

n 回投げた後 $x=n-2$ にいるのは、表を $n-1$ 回、裏を 1 回出したときであるから

$P(n-2)={}_nC_1\left(\frac{1}{2}\right)^n=n\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ……(答)

n 回投げた後 $x=n-4$ にいるのは、表を $n-2$ 回、裏を 2 回出したときであるから

$P(n-4)={}_nC_2\left(\frac{1}{2}\right)^n=n(n-1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ……(答)

なお、 $n=1$ のとき $x=-3$ にはならないので確率は 0 だが、 $n=1$ でも成立している。