1972年東大理$\boxed{2}$文$\boxed{2}$共通

B と B' は k に関して対称であるから、$\vec{b}+\vec{b'}$ は k と平行であり、$\vec{c}$ と垂直である。

$\vec{b'}=\vec{b}+\vec{c}$ より　$(\vec{b}+\vec{b'})\cdot\vec{c}=(2\vec{b}+\vec{c})\cdot\vec{c}=2\vec{b}\cdot\vec{c}+\left|\vec{c}\right|^2=0$ ——①

C と C' は h に関して対称であるから、$\vec{c}+\vec{c'}$ は h と平行であり、$\vec{b}$ と垂直である。

$\vec{c'}=m\vec{b}+\vec{c}$ より　$(\vec{c}+\vec{c'})\cdot\vec{b}=(m\vec{b}+2\vec{c})\cdot\vec{b}=2\vec{b}\cdot\vec{c}+m\left|\vec{b}\right|^2=2\vec{b}\cdot\vec{c}+m=0$ ——②

①−②より　$\left|\vec{c}\right|^2-m=0$　$\left|\vec{c}\right|^2=m$　$\therefore\left|\vec{c}\right|=\sqrt{m}$

$\angle BAC=\theta$ とすると　$\vec{b}\cdot\vec{c}=\left|\vec{b}\right|\left|\vec{c}\right|\cos\theta=\sqrt{m}\cos\theta$　②に代入して　$2\sqrt{m}\cos\theta+m=0$　$\therefore\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{m}}{2}$

$\cos^2\theta=\dfrac{m}{4}<1$ より　$m<4$　$\therefore m=1,2,3$

$m=1$ のとき　$\therefore\left|\vec{c}\right|=1$　$\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$　$\therefore\theta=\dfrac{2}{3}\pi$

$m=2$ のとき　$\therefore\left|\vec{c}\right|=\sqrt{2}$　$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　$\therefore\theta=\dfrac{3}{4}\pi$

$m=3$ のとき　$\therefore\left|\vec{c}\right|=\sqrt{3}$　$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　$\therefore\theta=\dfrac{5}{6}\pi$

以上により、$\left(m,\angle BAC,\left|\vec{c}\right|\right)=\left(1,\dfrac{2}{3}\pi,1\right),\left(2,\dfrac{3}{4}\pi,\sqrt{2}\right),\left(3,\dfrac{5}{6}\pi,\sqrt{3}\right)$ ……(答)

なお、それぞれ図示すると下の通りである。