

1973 年東大理 ⑥

ある 2 次関数のグラフは原点を通るから、 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$) とおける。

$\frac{dy}{dx} = 2ax + b$ で、 $x = 0$ において $y = x$ に接するため、 $\therefore b = 1$

$y = ax^2 + x$ が点 (u, v) を通るので $v = au^2 + u \quad \therefore a = \frac{v-u}{u^2}$ ——①

$x = u$ における接線の傾きは $2au + 1$ であるから、①を代入して、求める傾きは

$$\therefore 2 \cdot \frac{v-u}{u^2} \cdot u + 1 = 2 \left(\frac{v}{u} - 1 \right) + 1 = 2 \frac{v}{u} - 1 \quad \dots\dots (\text{答})$$