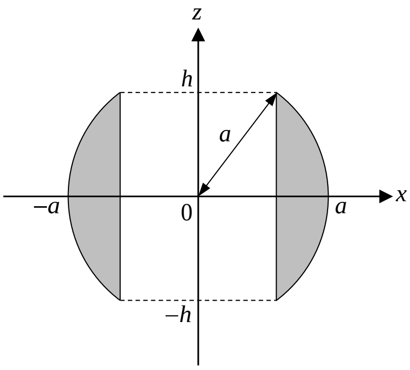
1974年東大文 $\boxed{3}$

円柱状にくり抜かれた部分の半径は $\sqrt{a^2-h^2}$ である。

今、円柱部の中心軸を z 軸とし、球の中心を原点 (0, 0, 0) とする。
環状部分を平面 $z=t$ $(-h \leqq t \leqq h)$ で切った断面は、



外径 $\sqrt{a^2-t^2}$ 、内径 $\sqrt{a^2-h^2}$ のドーナツ型であるから、面積は

$$\pi\left\{(a^2-t^2)-(a^2-h^2)\right\}=\pi(h^2-t^2)$$

求める体積は $2\pi\int_0^h (h^2-t^2)dt = 2\pi\left[h^2 t-\frac{t^3}{3}\right]_0^h = \frac{4}{3}\pi h^3$ ……(答)