

1976年東大理 2文 2 共通

今、 $t=0$ における点 $P'$ の速度を表すベクトルの成分を $(2,0)$ とし、 $P'$ は(ii)の条件に従って動くとする。

2つの単位ベクトルを $\vec{n}_1=(1,0), \vec{n}_2=(0,1)$ とおく。

1秒間の総移動距離を2、 $\vec{n}_1$ 方向、 $\vec{n}_2$ 方向、 $-\vec{n}_1$ 方向、 $-\vec{n}_2$ 方向への移動距離をそれぞれ $a, b, c, d$ とすると

$$a+b+c+d=2 \quad \text{---①}$$

$P'$ は最初 $\vec{n}_1$ 方向に動き、少なくとも1回左折するとして、 $a>0, b>0, c\geq 0, d\geq 0$

ただし、 $c=0, d>0$ となることはない。

$P'$ が到達する点 $Q'$ は、 $\vec{OQ'}=(a-c)\vec{n}_1+(b-d)\vec{n}_2=\begin{pmatrix} a-c \\ b-d \end{pmatrix}$ とおける。 $x=a-c, y=b-d$ とおくと、

$$x+y=(a+b)-(c+d)=2(a+b-1) (\because \text{①より}) \quad 0 < a+b \leq 2 \text{より} \quad \therefore -2 < x+y \leq 2 \quad \text{---②}$$

$$x-y=(a+d)-(b+c)=2(a+d-1) (\because \text{①より}) \quad 0 < a+d < 2 \text{より} \quad \therefore -2 < x-y < 2 \quad \text{---③}$$

②、③より、 $Q'$ の存在範囲は下図(a)の通り。境界線は実線部のみ含み、 $(2,0), (0,2)$ は除く。

$Q$ の存在範囲は、下図(b)の通り、図(a)を原点中心に $\frac{\pi}{3}$ 回転したものである。境界線は実線部のみ含み、 $(1, \sqrt{3}), (-\sqrt{3}, 1)$ は除く。

