

1981 年東大文 [2]

(1)

$B$  が勝つには、 $A$  が表を出した枚数が 2 枚以下でなければならない。それぞれ表を出した枚数が

i)  $A$  が 2 枚以下、 $B$  が 3 枚 ii)  $A$  が 1 枚以下、 $B$  が 2 枚 iii)  $A$  が 0 枚、 $B$  が 1 枚

のいずれかであるから、 $B$  が勝つ確率は

$$\left(1 - \frac{{}^4C_3 + {}^4C_4}{2^4}\right) \cdot \frac{{}^3C_3}{2^3} + \frac{{}^4C_1 + {}^4C_0}{2^4} \cdot \frac{{}^3C_2}{2^3} + \frac{{}^4C_0}{2^4} \cdot \frac{{}^3C_1}{2^3} = \left(1 - \frac{5}{16}\right) \cdot \frac{1}{8} + \frac{5}{16} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{16} \cdot \frac{3}{8} = \frac{11+15+3}{128} = \frac{29}{128}$$

引き分ける確率は

$$\frac{{}^4C_3 \cdot {}^3C_3}{2^4 \cdot 2^3} + \frac{{}^4C_2 \cdot {}^3C_2}{2^4 \cdot 2^3} + \frac{{}^4C_1 \cdot {}^3C_1}{2^4 \cdot 2^3} + \frac{{}^4C_0 \cdot {}^3C_0}{2^4 \cdot 2^3} = \frac{4+18+12+1}{128} = \frac{35}{128}$$

$A$  が勝つ確率は、余事象より  $1 - \frac{29+35}{128} = \frac{1}{2}$

以上により  $A$  が勝つ確率は  $\frac{1}{2}$ 、 $B$  が勝つ確率は  $\frac{29}{128}$ 、引き分ける確率は  $\frac{35}{128}$  ……(答)

(2)

$A$  がもらえる金額の期待値は  $150 \times \frac{1}{2} = 75$

$B$  がもらえる金額の期待値は  $400 \times \frac{29}{128} = 25 \times \frac{29}{8} = 87 + \frac{29}{8} = 90 + \frac{5}{8}$

したがって、 $B$  が有利。……(答)