

1982 年東大文 [3]

2 次方程式  $t^2 - at + b = 0$  が相異なる正の 2 実数解  $\alpha, \beta$  を持つとすると、

$x^4 - ax^2 + b = 0$  の 4 つの解は  $\pm\sqrt{\alpha}, \pm\sqrt{\beta}$  と表せる。  $\alpha < \beta$  とすると、

$-\sqrt{\beta}, -\sqrt{\alpha}, \sqrt{\alpha}, \sqrt{\beta}$  の近似値はそれぞれ  $-3.45, -0.61, 0.54, 3.42$  であり、

$$-3.50 < -\sqrt{\beta} < -3.40, 3.37 < \sqrt{\beta} < 3.47 \text{ より } 3.40^2 < \beta < 3.47^2 \quad \therefore 11.56 < \beta < 12.0409 \quad \text{---①}$$

$$-0.66 < -\sqrt{\alpha} < -0.56, 0.49 < \sqrt{\alpha} < 0.59 \text{ より } 0.56^2 < \alpha < 0.59^2 \quad \therefore 0.3136 < \alpha < 0.3481 \quad \text{---②}$$

$$11.56 + 0.3136 < \alpha + \beta < 12.0409 + 0.3481 \quad 11.56 \times 0.3136 < \alpha\beta < 12.0409 \times 0.3481$$

$$\therefore 11.8736 < \alpha + \beta < 12.389 \quad 3.625216 < \alpha\beta < 4.19143729$$

解と係数の関係より、  $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = b$  で、  $a, b$  は整数であるから  $\therefore a = -12, b = 4$

$$t^2 - 12t + 4 = 0 \text{ を解くと } t = 6 \pm 4\sqrt{2} \quad \sqrt{6+4\sqrt{2}} = 2 + \sqrt{2} \quad \sqrt{6-4\sqrt{2}} = 2 - \sqrt{2}$$

正しい解は、  $-2 - \sqrt{2}, -2 + \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}$   $\sqrt{2} = 1.41421356\dots$  より、求める近似値は

$$\therefore -3.41, -0.59, 0.59, 3.41 \quad \dots\dots (\text{答})$$